1.- Donades $f(x) = 4x - 5$, $g(x) = \dfrac{2x-4}{x^2-4}$ i $h(x) = e^{-2x}$ calculeu, si es pot, el valor de $(g \circ f)(2)$, $(f \circ g)(2)$ i $(h \circ f)(2)$.

2.- Donades les funcions $f(x) = \begin{cases} 5x3 + 5x & x < 2 \\ 2x & x \geq 2 \end{cases}$ i $g(x) = 3x^2 - 1$

Trobeu $(f \circ g)(-1)$ i $(g \circ f)(1)$.

3.- Estudieu la paritat de les funcions

a) $f_1(x) = -2x + 5$

b) $f_2(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{8}$

c) $f_3(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{8x}$

d) $f_5(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{8x - 1}$

e) $f_6(x) = \dfrac{4x^3}{x^2 + 5}$

f) $f_7(x) = \cos(2x)$

g) $f_7(x) = \operatorname{tg}(2x)$

h) $f_8(x) = \dfrac{4x^3 + 4}{x^2 + 5}$.

4.- Decidiu si les següents funcions són injectives

a) $f_1(x) = 5x - 4$ b) $f_2(x) = 5x^3 - 4$ c) $f_3(x) = 3x^2 - 3$

d) $f_4(x) = \cos(2x)$ e) $f_5(x) = 5^{4x-5}$ f) $f_6(x) = 5\cos(2x)$

5.- Si $f(x)=ax+3$ i $g(x)=2x+b$, quina relació han de complir a i b perquè $(f \circ g)=(g \circ f)$.

6.- a) Donades les funcions $f(x)=x+4$ i $g(x)=2x-1$, comprova que $(f \circ g)^{-1}=g^{-1} \circ f^{-1}$

b) Raoneu que si $y=f(x)$ i $y=g(x)$ són dues funcions reals de variable real invertibles, $(f \circ g)^{-1}=g^{-1} \circ f^{-1}$

7.- Trobeu el domini de les següents funcions reals de variable real

a) $f_3(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{8x}$

b) $f_5(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{8x - 1}$

c) $f_6(x) = \dfrac{4x^3 + 10x^2 - 6x}{2x^3 - 18x}$

d) $f_7(x) = \sqrt[3]{4x - 2}$

e) $f_7(x) = \sqrt[2]{4x - 2}$

f) $f_8(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{x^2 - 9}$

g) $f_9(x) = \sqrt{2x - 1}$

h) $f_{10}(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{\sqrt{8x - 1}}$

i) $f_{11}(x) = \sin(2x)$

j) $f_{12}(x) = \operatorname{tg}(2x + \pi)$

k) $f_{13}(x) = 5^{4x-5}$

l) $f_{14}(x) = \sqrt{|2x - 1|}$

8.- Si $f(x) = \dfrac{4x^3 + 3x}{2x^2 - 2}$ i $g(x) = \dfrac{4x^3 + 10x^2 - 6}{2x^3 - 18x}$ són funcions reals de variable real, trobeu el domini de $y=f(x)$, de $y=g(x)$, de $y=(f+2\cdot g)(x)$ i de $y=(f \cdot g)(x)$

9.- Calculeu els límits següents:

a) $\lim_{x\to 1} (x^2 - x + 1)$

b) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^3 - 3x}{x^2 + 4}$

c) $\lim_{x\to 5^-} \dfrac{2x}{x - 5}$

d) $\lim_{x\to 5^+} \dfrac{2x}{x - 5}$

e) $\lim_{x\to 3^+} \sqrt{x - 3}$

f) $\lim_{x\to 3^-} \sqrt{x - 3}$

g) $\lim_{x\to 2} \dfrac{-3x^2 + 12x - 12}{2x^3 - 10x^2 + 16x - 8}$

m) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{-3x^2 + 12x - 12}{2x^3 - 10x^2 + 16x - 8}$

n) $\lim_{x\to \infty} \sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x^2 + 5x}$

o) $\lim_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x - 3}$

p) $\lim_{x\to -3} \dfrac{4 - \sqrt{x^2 + 7}}{3x + 9}$

q) $\lim_{x\to 5} 3^{5x+8}$

r) $\lim_{x\to \infty} 4^{3x-8}$

s) $\lim_{x\to \infty} (1/2)^x$

10.- Estudieu la continuïtat de les funcions :

a) $f_1(x) = \begin{cases} -x + 2 & x < -1 \\ x + 4 & -1 \le x \le 1 \\ -5x & 1 < x \end{cases}$

b) $f_2(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & x < -1 \\ 6x + 5 & -1 \le x \le 2 \\ x^4 + 1 & 2 < x \end{cases}$

c) $f_3(x) = \dfrac{5x + 6}{6x^2 - 13x - 5}$

d) $f_4(x) = \sqrt{x^3 - 9x}$

e) $f_5(x) = \dfrac{3x - 2}{9x^2 - 4}$

f) $f_6(x) = \dfrac{2x + 1}{7x^3 + 3x^2 - 4x}$

g) $f_7(x) = \dfrac{3x^2 - 4x}{2x^3 + x^2 - 6x}$

i) $f_8(x) = \dfrac{e^x}{e^x - 1}$

h) $f_9(x) = \ln(3x + 4)$

j) $f_{10}(x) = e^{-x} (x^2-4x+2)$

k) $f_{11}(x) = 2\sin x - \cos x$

l) $f_{12}(x) = |\sin x|$

11.- Determineu els valors de a i b, sabent que , $f(x) = \begin{cases} \cos x & x \le 0 \\ a + x^2 & 0 < x \le 1 \end{cases}$

és contínua. $\lfloor$ b/x 1 < x

12.- Calculeu els límits següents:

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$ b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 - 1}$

c) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 4}{2x^2 - 2x - 4}$ d) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 1}{1 - x^4}$

e) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{5x^2 - 13x - 6}$ f) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 + 1}{1 - x^4}$

g) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$ h) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3 - 1}$

i) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - 4}{2x^2 - 2x - 4}$ j) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^3 + 1}{1 - x^4}$

k) $\lim\limits_{x \to \infty} 5^{\frac{x^2 - 4}{2x^2 - 2x - 4}}$ l) $\lim\limits_{x \to \infty} \sqrt{\dfrac{x^2 - 4}{4x^2 - 2x - 4}}$

m) $\lim\limits_{x \to \infty} \left[\dfrac{\frac{8}{x} - \frac{3}{x^2}}{\frac{5}{x} - \frac{1}{x^2}} \right]$ n) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{3x + 2}{3x} \right)^{6x}$

o) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{3x + 2}{3x} \right)^{2x+5}$ p) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x + 2}{2x + 5} \right)^{3x-5}$

13.- Expliqueu que se'n pot deduir, quan apliquem el teorema de Bolzano als casos següents:

a) $y = \sin x$ a $[-2\pi, 2\pi]$ b) $y = x^2 - 3$ a $[-2,2]$
c) $y = \text{tg } x$ a $[\pi/4, 3\pi/4]$ d) $y = |x|$ a $[-1,1]$

14.- Raoneu si, utilitzant el teorema de Bolzano, podem garantir l'existència de solucions de les equacions següents a l'interval que s'indica:

a) $\sin(3x) + \cos(5x) = 0.6$ a $[0,1]$ b) $\sec x = x$ a $[-15,15]$
c) $e^{x^4 - 3x - 1} = 1$ a $[-1,0]$.

15.- Justifiqueu que l'equació $x^3 - 3x + 1 = 0$, té una arrel a l'interval $(1,2)$ i aproximeu-la amb un error menor a una dècima .

16.- Igual per la funció $y = x^3 - 2x + 2$, té un zero a l'interval $(-2,-1)$.

17.- Justifiqueu que tot polinomi de grau 3 admet algun zero real .

18.- Trobeu una arrel de l'equació $x^2 = \pi^x$, sabent que el seu valor absolut és menor de 1000 .

19.- Raoneu que l'equació $3e^{-x} - 2x = 1$ té una solució real entre -1 i 1 i aproximeu-la amb un error menor d'una dècima.

20.-- Estudieu la continuïtat i les asímptotes de

a) $y = \dfrac{x^2 + 2x}{2x^2 + 2x - 4}$ b) $y = \dfrac{5x^2 + 2x}{4x^2 + 9x - 9}$

c) $y = \dfrac{5x}{2x^2 + 2x - 4}$ d) $y = \dfrac{5x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 2}$

e) $y = \dfrac{1}{2x^3 + 2x^2 - 4x}$ f) $y = \dfrac{3e^x}{e^x + 6}$

g) $y = \dfrac{3e^x + 2}{e^x - 6}$ h) $y = \ln|x + 2|$

21.- Sabent que la funció $y = \dfrac{ax + b}{cx + 3}$ passa pel punt de coordenades $(0, 7)$ i que les rectes $x = 1$ i $y = -2$ en són asímptotes. Trobeu els valors de a, b i c.