A.1.- El vector $\vec{u}$=(-1,1,1) és combinació lineal dels vectors $\vec{a}$=(1,0,1), $\vec{b}$=(1,-1,0) i $\vec{c}$=(0,0,1)?.
En cas afirmatiu, expresseu $\vec{u}$ com a combinació lineal dels vectors $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

A 2.- Decidiu si (-1,1,1,2) és combinació lineal de (1,0,1,1), (1,-1,0,1) i (0,0,1,-1).

A.3.- Decidiu si el vector (-1,1,1,2) és del subespai generat pels vectors: (1,0,1,1), (1,-1,0,1) i (0,0,1,-1).

A.4.- a) Per quins valors del paràmetre a, el vector (-1,2,5,a) és combinació lineal de (3,-2,-1,3) i (1,0,2,4) ?
b) Per quins valors del paràmetre a, el vector (-1,2,5,a) és del subespai generat per (3,-2,-1,3) i (1,0,2,4) ?

A.5.- Donats els vectors (1,-2,1), (2,3,0) i (4,-1,2), decidiu si són linealment dependents o independents.

A.6.- Indiqueu per quins valors del paràmetre p els vectors (1,1,1), (2,2,p) i (p,0,0) formen una base.

A.7.- Donades les matrius: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & 4 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Calculeu:

a) 3A + 2B - C	b) B - 5(A + 2 C)	c) AC
d) CA	e) AB	f) A (B + C)

A.8.- Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & a \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

estudieu per a quins valors de a permuten.

A.9.- Estudieu si les matrius següents són permutables.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -6 \\ 3 & 2 & 9 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

A.10.- Una matriu M és ortogonal $\Leftrightarrow$ el producte de M per la seva transposada M', és la identitat.
A partir d'aquesta definició esbrineu quines de les matrius següents són ortogonals:

a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

A.11.- Si A i B són dues matrius quadrades del mateix ordre, raoneu la certesa de les afirmacions:

a) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ b) $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$.

A.12.- Calculeu els següents determinants:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \\ 2 & 6 & -2 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -5 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

g) $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$ h) $\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$ i) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

j) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix}$ k) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ l) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

A.13.- Raoneu que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$.

A.14.- Indiqueu per a quins valors del paràmetre p els vectors (1,1,1), (2,2,p) i (p,0,0) són base de R^3.

A.15.- Determineu per a quins valors de p, els vectors

$\vec{u}_1=(p+3,0,2)$, $\vec{u}_2=(1,p+1,1)$ i $\vec{u}_3=(p+2,0,-p)$, són base de R^3.

Per aquests valors de p, expresseu el vector (1,1,1) en la base de les $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$.

A.16.- Estudieu el rang de les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -6 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 & 1 & 4 & 4 \\ -2 & 6 & 8 & 3 & 1 & -2 \\ 3 & -9 & -12 & -5 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

A.17.- Estudieu el rang de les matrius següents en funció del paràmetre.

$$A=\begin{pmatrix}1&-3&2\\2&-4&1\\5&-11&a\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}a&1&1\\1&a&1\\1&1&a\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}1&3&5&2\\2&-4&2&1\\5&-11&9&a\end{pmatrix}$$

$$D=\begin{pmatrix}a&1&1&1\\1&a&1&1\\1&1&a&a\end{pmatrix}\qquad E=\begin{pmatrix}5&1&a&1\\3&1&0&1\\1&0&2&2\end{pmatrix}\qquad F=\begin{pmatrix}3&5&a\\5&3&a\\a&5&3\end{pmatrix}$$

A.18.- Estudieu si les matrius següents són invertible, i en tal cas trobeu-ne les seves inverses.

$$A=\begin{pmatrix}8&3\\-2&4\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}2&1&3\\4&1&-2\\5&1&3\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$$

A.19.- Per quins valors de p la matriu $M=\begin{pmatrix}1&p&6\\1&0&-1\\p&-1&0\end{pmatrix}$ és invertible?

Per aquests valors de p, trobeu la matriu inversa.

A.20.- Donades $A=\begin{pmatrix}-1&2&0\\1&0&1\\0&0&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&0&1\\-1&3&0\\1&0&3\end{pmatrix}$ i I=identitat.

Trobeu, si es pot, una matriu X de manera que : $6I + XA - B = B$.

A.21.- Discutiu i resoleu en funció del paràmetre, els sistemes lineals següents:

$$a)\begin{cases}x-3y+5z=2\\2x-4y+2z=1\\5x-11y+9z=a\end{cases}\qquad b)\begin{cases}ax+y-z=1\\-x+ay+z=1\\x-y+az=1\end{cases}\qquad c)\begin{cases}x+\frac{1}{2}y-z=1\\2x+y+az=0\end{cases}$$

$$d)\begin{cases}2x+y=0\\5x+2z=3\\x+y=3\\4x+(a+1)y+2z=6\end{cases}\qquad e)\begin{cases}5x-(a+5)y+5z=a\\2x-5y+3z=1\\x+3y+(1-a)z=0\end{cases}\qquad f)\begin{cases}x+ay+z=a+2\\x+y+az=-2(a+1)\\ax+y+z=a\end{cases}$$

A.22.- Discutiu i resoleu els següents sistemes homogenis en funció del paràmetre

$$a)\begin{cases}ax+y+z=0\\x+ay+z=0\\x+y+az=0\end{cases}\qquad b)\begin{cases}x+2ay+z=0\\x+y+z=0\\x+y+2az=0\end{cases}.$$